Blatt 7

wird besprochen: 4.6.2014

Problem 1: Seien Φ und Ψ die Flüsse von zwei (unterschiedlichen) autonomen Systemen in $\mathbb{R}^n$. Zeige, dass

(a) Falls die Flüsse topologisch äquivalent sind, dann Bildet der Homöomorphismus Orbits auf Orbits.

(b) Falls die Flüsse topologisch konjugiert sind, dann wird durch den Homöomorphismus die Periode jedes periodischen Orbits erhalten.

Problem 2: Zeige, dass für das System

$$\begin{aligned} dx_1/dt &= -x_1 + x_2^2 \\ dx_2/dt &= -x_2 + x_1^2 \\ dx_3/dt &= x_3 + x_3^2 \end{aligned}$$

die lokalen stabilen und instabilen Mannigfaltigkeiten des kritischen Punktes $x = 0$ sind

$$W^S_{\text{loc}}(0) = \{(x_1, x_2, 0) : x_1^2 + x_2^2 < 1\}, \quad W^U_{\text{loc}}(0) = \{(0, 0, x_3) : x_3^2 < 1\}.$$

Zeige auch, dass für die globalen Mannigfaltigkeiten gilt

$$W^S(0) \neq \operatorname{span}\{e_1, e_2\}, \quad W^U(0) \neq \operatorname{span}\{e_3\}.$$

Problem 3: Zeige, dass die Systeme

$$dx/dt = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -2 \end{smallmatrix}\right) x, \quad dy/dt = \left(\begin{smallmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{smallmatrix}\right) y$$

topologisch konjugiert sind und finde einen zugehörenden Homöomorphismus.

Hinweis: Verwende den Diffeomorphismus zwischen Systemen mit ähnlichen Matrizen sowie den expliziten Homöomorphismus zwischen zwei diagonalen hyperbolischen Systemen mit reellen Eigenwerten und gleichen Dimensionen der stabilen Unterräume.